سامانه بانک تستی

FlowRax

ریاضی

Math

۱
ابتدا ۳ مدرسه از ۵ مدرسه انتخاب می‌کنیم، سپس از هر مدرسه یک نفر را انتخاب می‌کنیم:

$$\binom{۵}{۳}\binom{۴}{۱}\binom{۴}{۱}\binom{۴}{۱}=۶۴۰$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۲
برای رفتن از A به C تعداد راه‌ها برابر $۱۲=۴\times۳$ است.
چون یکی از جاده‌های A به B و یکی از جاده‌های B به C را هنگام رفت استفاده کرده‌ایم، پس از C به B سه جاده و از B به A دو جاده برای استفاده باقی‌مانده است و در نتیجه تعداد راه‌های برگشت از C به A برابر است با: $۶=۲\times۳$.
بنابراین به $۷۲=۶\times۱۲$ روش می‌توان از A به C رفت و برگشت.

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۳
ابتدا به $\binom{۹}{۱}$ طریق کاپیتان را انتخاب می‌کنیم. سپس به $\binom{۸}{۱}$ طریق دروازه‌بان را انتخاب می‌کنیم. سپس به $\binom{۷}{۴}$ طریق اعضای دیگر تیم را انتخاب می‌کنیم.
بنابراین تعداد حالت‌های ممکن برابر است با:

$$\binom{۹}{۱}\times\binom{۸}{۱}\times\binom{۷}{۴}=۹\times۸\times۳۵=۲۵۲۰$$

روش دوم:
ابتدا به $\binom{۹}{۶}$ طریق اعضای تیم را انتخاب می‌کنیم، سپس به $P(۶,۲)$ طریق کاپیتان و دروازه‌بان را از بین آن‌ها انتخاب می‌کنیم. بنابراین تعداد حالت‌های ممکن برابر است با:

$$\binom{۹}{۶}\times P(۶,۲)=\frac{۹!}{\cancel{۶!}\,۳!}\times\frac{\cancel{۶!}}{۴!}=\frac{۹!}{۳!۴!}=۲۵۲۰$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۴
نکتهٔ ۱: به هر انتخاب r شیء متمایز از n شیء که در آن ترتیب انتخاب اهمیت نداشته باشد یا به عبارتی به هر زیرمجموعهٔ r عضوی از یک مجموعهٔ n عضوی، یک ترکیب rتایی از n شیء می‌گوییم. تعداد ترکیب‌های rتایی از n شیء متمایز را معمولاً با $C(n,r)$ یا $\binom{n}{r}$ نمایش می‌دهیم و داریم:

$$\binom{n}{r}=\frac{n!}{(n-r)!r!}\quad(۰\le r\le n)$$

نکتهٔ ۲: $\binom{n}{r}=\binom{n}{n-r}$

نکتهٔ ۳: $\binom{n}{r}$ همان تعداد زیرمجموعه‌های rتایی از یک مجموعهٔ nعضوی است.

اگر تعداد اعضای مجموعهٔ A را n بنامیم، داریم:

$$\binom{n}{۳}=\binom{n}{۶}\Rightarrow n=۳+۶\Rightarrow n=۹$$

بنابراین تعداد زیرمجموعه‌های ۴ عضوی این مجموعه برابر است با:

$$\binom{n}{۴}=\binom{۹}{۴}=\frac{۹\times۸\times۷\times۶}{۴\times۳\times۲}=۹\times۲\times۷=۹\times۱۴=۱۲۶$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۵ نکته (اصل جمع): اگر کاری را بتوان به دو روش انجام داد، به‌طوری که در روش اول m انتخاب و در روش دوم n انتخاب وجود داشــته باشــد، برای انجام کار موردنظر $m+n$ روش وجود دارد.

نکته (ترکیب r شیء از میان n شیء): تعداد حالت‌های انتخاب r شیء ازمیان n شیء متمایز (فقط انتخاب مهم است و ترتیـب اشـیاء مهـم نیست و جابه‌جایی اشیاء حالت جدیدی را تولید نمی‌کند) برابر است با:

$$C(n,r)=\binom{n}{r}=\frac{P(n,r)}{r!}=\frac{n!}{r!(n-r)!}$$

برای اینکه حداقل ۲ پزشک انتخاب شوند، باید دو حالت زیر را در نظر بگیریم:

الف) دو پزشک و یک مهندس انتخاب شوند که تعداد حالات برابر است با:

$$\binom{۵}{۲}\binom{۴}{۱}=\frac{۵!}{۲!۳!}\times\frac{۴!}{۳!}=۱۰\times۴=۴۰$$

ب) هر سه نفر انتخابی پزشک باشند که تعداد حالات برابر است با:

$$\binom{۵}{۳}=\frac{۵!}{۳!۲!}=۱۰$$

پس طبق اصل جمع، تعداد کل حالات برابر $۴۰+۱۰=۵۰$ است.

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۶

$$\binom{n}{r}=\frac{n!}{r!(n-r)!}\ ;\ (۰\le r\le n)$$

$$\text{نکته}:\ P(n,r)=\frac{n!}{(n-r)!}\ ;\ (۰\le r\le n)$$

$$\text{نکته}:\ \binom{n}{r}+\binom{n}{r+۱}=\binom{n+۱}{r+۱}$$

$$\binom{n}{۲}+P(n,۲)=۱۰۸\Rightarrow\frac{n!}{۲!(n-۲)!}+\frac{n!}{(n-۲)!}=۱۰۸\Rightarrow\frac{n(n-۱)}{۲}+n(n-۱)=\frac{۳}{۲}n(n-۱)=۱۰۸$$

$$\Rightarrow n(n-۱)=۷۲\xrightarrow[۹\times۸=۷۲]{n\in\mathbb{N}}n=۹$$

اکنون حاصل عبارت خواسته‌شده را به‌دست می‌آوریم:

$$n=۹\Rightarrow\underbrace{\binom{۹}{۳}+\binom{۹}{۴}}+\binom{۱۰}{۵}=\underbrace{\binom{۱۰}{۴}}+\binom{۱۰}{۵}=\binom{۱۱}{۵}$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۷ حروف کلمهٔ «جهان‌گرد» ۷ تا است که «ج» و «ن» نقطه‌دار هستند. پس آن‌ها را کنار هم گذاشته و یک بسته در نظر می‌گیریم کــه ۲ حالــت جایگشت دارند.

یک کلمهٔ ۶ حرفی می‌خواهیم که ۵ حرف آن بی‌نقطه هستند. پس تعداد کل حالات برابر است با:

$\boxed{\text{جن}}$ ○ ○ ○ ○ ○ : $۲\times۶!$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۸ **نکته: اصل جمع: اگر کاری را بتوان به دو روش انجام داد، به‌طوری که در روش اول m انتخاب و در روش دوم n انتخاب وجود داشته باشد، برای انجام کار موردنظر $m+n$ روش وجود دارد.**

نکته: اصل ضرب: اگر انجام کاری شامل دو مرحله باشد، به‌طوری که برای انجام مرحلهٔ اول m روش و برای هر کدام از این m روش، مرحلهٔ دوم را بتوان به n روش انجام داد، در کل کار موردنظر با $m\times n$ روش قابل انجام است.

می‌خواهیم مجموع ۴ رقم متمایز برابر ۸ شود. این ۴ رقم می‌توانند ۰، ۱، ۲ و ۵ یا ۰، ۱، ۳ و ۴ باشند و لاغیر.

با توجه به نکات، داریم:

تعداد اعداد چهاررقمی با ارقام ۵,۲,۱,۰: $\square\ \square\ \square\ \square \rightarrow ۳\times۳\times۲\times۱=۱۸$

تعداد اعداد چهاررقمی با ارقام ۴,۳,۱,۰: $\square\ \square\ \square\ \square \rightarrow ۳\times۳\times۲\times۱=۱۸$

$$\xrightarrow{\text{اصل جمع}} ۱۸+۱۸=۳۶$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۹ **ارقام ۳، ۶ و ۹ مضرب ۳ هستند. ابتدا یک رقم از بین این ۳ رقم و ۲ رقم از ۶ رقم باقی‌مانده (که مضرب ۳ نیستند) را انتخاب می‌کنیم، سپس آن‌ها را در کنار هم قرار می‌دهیم:**

$$\text{تعداد حالات} = \binom{۳}{۱}\times\binom{۶}{۲}\times ۳! = ۳\times\frac{۶\times۵}{۲}\times۶ = ۲۷۰$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۱۰ پاسخ تشریحی اگر بخواهیم ضرایب چندجمله‌ای درجه‌سه را از مجموعهٔ $\{۰,۱,۲,۳,۴\}$ انتخاب کنیم، تنها برای ضریب a که نمی‌تواند صفر باشد، ۴ حالت و برای سایر ضریب‌ها ۵ حالت ممکن است؛ پس طبق اصل ضرب تعداد کل حالت‌ها برابر است با:

$$y=\underbrace{a}_{\text{۴ حالت}}x^۳+\underbrace{b}_{\text{۵ حالت}}x^۲+\underbrace{c}_{\text{۵ حالت}}x+\underbrace{d}_{\text{۵ حالت}}$$

$$\text{تعداد کل حالت‌ها} = ۴\times۵\times۵\times۵=۵۰۰$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۱۱ پاسخ تشریحی **گام اول**: اول فرض می‌کنیم مجموعهٔ A، n عضو دارد. تعداد زیرمجموعه‌های kعضوی و ۴عضوی A برابرند، پس:

$$\binom{n}{۴}=\binom{n}{k}$$

گام دوم: حالا طبق نکته، از تساوی بالا دو نتیجه می‌گیریم که یا $k=۴$ است و یا $k+۴=n$، طبق گفتهٔ سؤال $k\neq ۴$ است، پس $k+۴=n$ می‌شود.

$$k+۴=n \Rightarrow k=n-۴$$

گام سوم: تعداد زیرمجموعه‌های A برابر ۲^n تا است. اگر به مجموعهٔ A، k عضو اضافه کنیم، تعداد زیرمجموعه‌های آن ۲^{n+k} می‌شود، پس:

$$۲^n+۸۹۶=۲^{n+k}$$

$$۲^{n+k}-۲^n=۸۹۶ \Rightarrow ۲^n(۲^k-۱)=۱۲۸\times ۷$$

$$\Rightarrow ۲^n(۲^k-۱)=۲^۷\times(۲^۳-۱)\Rightarrow \begin{cases} n=۷\\ k=۳\end{cases}$$

گام چهارم: در آخر باید تعداد زیرمجموعه‌های $k-۱=۲$ عضوی مجموعهٔ اولیهٔ A را محاسبه کنیم:

$$\binom{n}{k-۱}=\binom{۷}{۲}=۲۱$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۱۲ پاسخ تشریحی **گام اول**: برای این‌که ارقام اعداد ۶ رقمی تشکیل دنبالهٔ حسابی دهند، حالت‌های زیر ممکن است:

الف) اگر $d=۰$ باشد: ۱۱۱۱۱۱، ۲۲۲۲۲۲، ...، ۹۹۹۹۹۹ ← ۹ حالت

ب) اگر $d=۱$ باشد: ۱۲۳۴۵۶، ۲۳۴۵۶۷، ...، ۴۵۶۷۸۹ ← ۴ حالت

پ) اگر $d=-۱$ باشد: ۵۴۳۲۱۰، ۶۵۴۳۲۱، ...، ۹۸۷۶۵۴ ← ۵ حالت

گام دوم: پس طبق اصل جمع تعداد کل حالت‌ها برابر $۹+۴+۵=۱۸$ است.

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۱۳ جواب به صورت $P(۱۶,۳)$ می‌باشد.

$$P(۱۶,۳)=\frac{۱۶!}{۱۳!}=۱۶\times ۱۵\times ۱۴=۳۳۶۰$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۱۴ پاسخ به صورت $\binom{۴}{۳}\binom{۵}{۲}$ می‌باشد.

$$\binom{۵}{۲}\binom{۴}{۳}=۱۰\times ۴=۴۰$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۱۵ خب! کوچکترین عضو، عدد ۴ و بزرگترین عضو، عدد ۱۲ است. قرار است ۴ عضو دیگر از مجموعه $\{۵,۶,۷,۸,۹,۱۰,۱۱\}$ انتخاب کنیم،

تعداد حالات ممکن برای این انتخاب $\binom{۷}{۴}$ است و داریم:

$$\binom{۷}{۴}=\frac{۷!}{۴!۳!}=\frac{۷\times ۶\times ۵}{۶}=۳۵$$

(ماز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - ساده)

۱۶ با توجه به اینکه حاصل عبارت $(n^2-2n+2)!$ برابر خودش (n^2-2n+2) شده‌است؛ یعنی عبارت n^2-2n+2 می‌تواند ۱ یا ۲ باشد، زیرا:

$$x! = x \Rightarrow \begin{cases} x=1 \Rightarrow 1!=1 \\ x=2 \Rightarrow 2!=2 \end{cases}$$

پس داریم:

$$n^2-2n+2=1 \Rightarrow n^2-2n+1=0 \Rightarrow (n-1)^2=0 \Rightarrow n=1$$

$$n^2-2n+2=2 \Rightarrow n^2-2n=0 \Rightarrow n=0, n=2$$

چون n عدد طبیعی است، پس مقادیر $\{1,2\}$ قابل قبول‌اند و مجموع آنها برابر ۳ می‌باشد.

(قلمچی ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - ساده)

۱۷ ابتدا از بین ارقام فرد $\{1,3,5,7,9\}$ یک رقم و از بین ارقام زوج $\{2,4,6,8\}$ سه رقم زوج انتخاب می‌کنیم. تعداد کل حالت‌های انتخابی برابر است با: $\binom{5}{1}\times\binom{4}{3}=20$

از طرفی ۴ رقم به $4!$ جابه جا می‌شوند بنابراین تعداد کل ارقام ساخته شده برابر است با: $20\times 4! = 20\times 24 = 480$

(قلمچی ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - ساده)

۱۸

$$\binom{4}{1}\binom{3}{1}\binom{8}{2}+\binom{4}{2}\binom{3}{1}\binom{8}{1}+\binom{4}{1}\binom{3}{2}\binom{8}{1}=336+144+96=576$$

(قلمچی ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - ساده)

۱۹ حروف یکسان که کنار هم قرار می‌گیرند را می‌توان یک بسته یا یک واحد در نظر گرفت؛ یعنی در این حالت تعداد جایگشت‌ها برابر $6!$ خواهد بود.

$$L\underbrace{\boxed{AA}}_{\text{بسته}}\underbrace{\boxed{GG}}_{\text{بسته}}RNE$$

(قلمچی ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - ساده)

۲۰ **پله اول:** ابتدا حالت‌هایی که حاصلضرب اعداد رو شده بیشتر از ۱۲۴ می‌باشد می‌نویسیم:

$(5,5,5) \rightarrow$ ۱ حالت $: \frac{3!}{3!}=1$

$(5,5,6) \rightarrow$ ۳ حالت $: \frac{3!}{2!}=3$

$(5,6,6) \rightarrow$ ۳ حالت $: \frac{3!}{2!}=3$

$(4,6,6) \rightarrow$ ۳ حالت $: \frac{3!}{2!}=3$

$(6,6,6) \rightarrow$ ۱ حالت $: \frac{3!}{3!}=1$

پله دوم: کل حالت‌ها برابر ۱۱ تا است.

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - ساده)

۲۱ **نکته: تعداد جایگشت‌های n شیء متمایز برابر $n!$ است.**

هر کلمه دارای ۶ حرف است و تعداد حالت‌های قرار گرفتن حروف کلمهٔ «گشت» در کنار هم برابر است با تعداد جایگشت‌های سه شیء متمایز یعنی $3!$. حال این سه حرف را با هم یک بسته در نظر می‌گیریم. برای ساخت کلمهٔ ۶ حرفی کافی است تعداد جایگشت‌های ۴ حرف متمایز را حساب کنیم که برابر است با $4!$. پس طبق اصل ضرب تعداد کلمات برابر است با $3!\times 4!$.

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - ساده)

۲۲ حروف کلمه «جهان» را در یک بسته قرار می‌دهیم و این حروف داخل بسته به !۴ حالت باهم جایگشت دارند.
پس داریم:

$\boxed{\text{جهان}}$ گ ر د ی $\Rightarrow 5!$　　$4!\times 5!$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۲۳ ابتدا از بین ارقام ۱، ۲، ۳، ۵، ۶، ۷ و ۸، چهار رقم را انتخاب می‌کنیم سپس جایگشت این ارقام و رقم ۹ را محاسبه می‌کنیم:

$$\underbrace{\binom{7}{4}}_{\text{انتخاب ۴ رقم غیر از ۰و۹و۴}}\times \underbrace{5!}_{\text{جایگشت ارقام انتخاب شده و عدد ۹}} = \frac{7!}{3!4!}\times 5! = \frac{7\times 6\times 5}{6}\times 120 = 4200$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۲۴ تعداد زیرمجموعه‌های ۴ عضوی برابر $\binom{k}{4}$ است و تعداد زیرمجموعه‌های ۴ عضوی شامل ۱ به شکل $\{1,\bigcirc,\bigcirc,\bigcirc\}$، برابر $\binom{k-1}{3}$ است. پس داریم:

$$\frac{1}{3}\binom{k}{4}=\binom{k-1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3}\,\frac{k(k-1)(k-2)(k-3)}{4\times 3\times 2\times 1}=\frac{(k-1)(k-2)(k-3)}{3\times 2\times 1}\Rightarrow \frac{k}{12}=1\Rightarrow k=12$$

(دیاز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - ساده)

۲۵ با توجه به‌صورت سؤال تکرار ارقام مجاز است. ابتدا تعداد اعداد یک‌رقمی، دورقمی و سه‌رقمی را با استفاده از سه رقم ۲ و ۳ و ۴ به دست می‌آوریم. تعداد اعداد یک‌رقمی برابر ۳، تعداد اعداد دورقمی برابر $3\times 3=9$ و تعداد اعداد سه‌رقمی برابر $3\times 3\times 3=27$ است. پس $3+9+27=39$ عدد طبیعی با این ارقام می‌توان ساخت که ۳۹اُمین عدد برابر ۴۴۴ است و به ترتیب اعداد کوچک‌تر برابر ۴۴۳ و ۴۴۲ هستند. پس عدد سی و هفتم برابر ۴۴۲ است.

(دیاز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۲۶

$$\binom{n}{r}=\frac{n!}{r!(n-r)!}\ ;\ (0\le r\le n)$$

نکته: $P(n,r)=\dfrac{n!}{(n-r)!}\ ;\ (0\le r\le n)$

نکته: $\binom{n}{r}+\binom{n}{r+1}=\binom{n+1}{r+1}$

$$\binom{n}{2}+P(n,2)=108\ \Rightarrow\ \frac{n!}{2!(n-2)!}+\frac{n!}{(n-2)!}=108\ \Rightarrow\ \frac{n(n-1)}{2}+n(n-1)=\frac{3}{2}n(n-1)=108$$

$$\Rightarrow\ n(n-1)=72\ \xrightarrow[9\times 8=72]{n\in\mathbb{N}}\ n=9$$

اکنون حاصل عبارت خواسته‌شده را به‌دست می‌آوریم:

$$n=9\ \Rightarrow\ \binom{9}{3}+\binom{9}{4}+\binom{10}{5}=\binom{10}{4}+\binom{10}{5}=\binom{11}{5}$$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - ساده)

۲۷ برای ساخت یک عدد سه‌رقمی زوج با ارقام ۸ ,۷ ,۵ ,۴ ,۳ ,۲ ,۰، دو حالت زیر را در نظر می‌گیریم:

حالت اول: رقم یکان این عدد سه‌رقمی صفر باشد. در این صورت، ۶ انتخاب برای رقم صدگان و ۵ انتخاب برای رقم دهگان داریم؛ بنابراین:

$$\frac{۶}{} \times \frac{۵}{} \times \frac{۱}{\text{رقم صفر}} = ۳۰$$

حالت دوم: رقم یکان این عدد ۲، ۴ یا ۸ باشد. در این صورت برای رقم یکان ۳ انتخاب داریم. برای رقم صدگان به‌جز صفر و عدد انتخاب‌شده در یکان، ۵ انتخاب باقی می‌ماند. تاکنون از ۷ رقم موجود، ۲ رقم انتخاب شده است، پس برای دهگان، ۵ انتخاب باقی می‌ماند. بنابراین:

$$\frac{۵}{} \times \frac{۵}{} \times \frac{۳}{\{۲,۴,۸\}} = ۷۵$$

پس طبق اصل جمع تعداد کل اعداد زوج سه‌رقمی ساخته‌شده بدون تکرار ارقام برابر است با: $۳۰+۷۵=۱۰۵$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - ساده)

۲۸ با توجه به نکات، داریم:

$$P(n,۵)=\frac{n!}{(n-۵)!}\ ,\ P(n-۱,۴)=\frac{(n-۱)!}{(n-۱-۴)!}=\frac{(n-۱)!}{(n-۵)!}$$

با توجه به فرض داده‌شده، می‌توان نوشت:

$$\frac{n!}{(n-۵)!}=۱۲\times\frac{(n-۱)!}{(n-۵)!} \Rightarrow n!=۱۲(n-۱)! \Rightarrow n(n-۱)!=۱۲(n-۱)! \Rightarrow n=۱۲$$

اکنون مقدار خواسته‌شده را به‌دست می‌آوریم:

$$n=۱۲ \Rightarrow C(n-۲,n-۵)=C(۱۰,۷)=\frac{۱۰!}{۳!۷!}=\frac{۱۰\times۹\times۸\times۷!}{۳\times۲\times۱\times۷!}=۱۲۰$$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - ساده)

۲۹ دو حرف تکراری «ر» داریم. ابتدا تعداد کل کلمه‌های ده حرفی را محاسبه می‌کنیم: $\frac{۱۰!}{۲!}$

حال تعداد کلمه‌های ده حرفی که در حرف «ر» اول و آخر آن قرار داشته باشند را محاسبه می‌کنیم: $۸!$

تعداد حالات اخیر را از $\frac{۱۰!}{۲!}$ کم می‌کنیم.

$$\frac{۱۰!}{۲!}-۸!=\frac{۱۰\times۹}{۲}\times۸!-۸!=۴۵\times۸!-۸!=۴۴\times۸!$$

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۳۰ با توجه به رابطهٔ $\binom{n}{r}+\binom{n}{r+۱}=\binom{n+۱}{r+۱}$ می‌توانیم بنویسیم:

$$\binom{۱۱}{۳}+\binom{۱۱}{۴}=\binom{۱۲}{۴}$$

$$\binom{۱۲}{۴}+\binom{۱۲}{۵}=\binom{۱۳}{۵}=\frac{۱۳!}{۵!\times۸!}=\frac{۱۳\times\cancel{۱۲}^{۳}\times۱۱\times\cancel{۱۰}^{\cancel{۲}}\times\cancel{۹}^{۳}}{۱\times\cancel{۲}\times\cancel{۳}\times\cancel{۴}\times\cancel{۵}}$$

$$=۱۳\times۳\times۱۱\times۳=۳^۲\times۱۱\times۱۳=۳^۲\times۲^۰\times۱۱\times۱۳ \rightarrow \begin{cases} m=۲ \\ n=۰ \end{cases} \Rightarrow n+۲m=۰+۴=۴$$

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)

۳۱ **گزینه ۴ درست است.**

اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عضو می‌تواند ۳ یا ۶ باشد. درحالتی‌که اختلاف ۳ باشد، کوچک‌ترین عضو می‌تواند ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ یا ۶ باشد. در این حالت زیرمجموعه باید ۳ عضوی باشد. یعنی علاوه‌بر دو عضو کوچک‌تر و بزرگ‌تر یک عضو هم از اعداد بین این دو باید انتخاب شود؛ بنابراین تعداد این حالات برابر است با:

$$۶\times\binom{۲}{۱}=۱۲$$

درحالتی‌که اختلاف ۶ باشد، کوچک‌ترین عضو می‌تواند ۱، ۲ یا ۳ باشد. در این حالت زیرمجموعه می‌تواند ۳ یا ۶ عضوی باشد. یعنی علاوه‌بر عضوهای کوچک‌تر و بزرگ‌تر باید ۱ یا ۴ عضو دیگر از اعداد بین این دو انتخاب کنیم؛ بنابراین تعداد زیرمجموعه‌ها در این حالت برابر است با:

$$۳\times\left(\binom{۵}{۱}+\binom{۵}{۴}\right)=۳(۵+۵)=۳۰$$

درنهایت تعداد کل زیرمجموعه‌ها به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\text{تعداد کل زیرمجموعه‌ها}=۱۲+۳۰=۴۲$$

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - ساده)